**Difusión. Desplazamiento medio y segundo momento.**

Queremos demostrar del random walk por qué y

He definido que la partícula se mueve n veces a la izquierda y m veces a la derecha, aleatoriamente con una probabilidad de ½ un número N de veces teniendo entonces que . Se puede ver con el esquema que la posición final L depende de cuantas veces se ha movido la partícula hacia la derecha.

Interfaz de usuario gráfica

Descripción generada automáticamente con confianza media

Si calculo la probabilidad de cada camino obtengo:

(1)

Como el sistema está degenerado, es decir, hay varios caminos que llevan al mismo lugar, tenemos que la probabilidad de que una partícula acabe en un cierto punto:

(2)

Ahora, con estas ecuaciones podemos calcular el desplazamiento medio

Del gráfico de arriba podemos observar que:

(3)

Por lo que el desplazamiento medio será:

(4)

Por lo que tenemos que calcular :

(5)

Tenemos una propiedad que dice:

(6)

Esto se entiende así:

(7)

Sustituyendo (6) en (5):

(8)

De donde obtenemos que:

(9)

La suma en el lado derecho de la ecuación es simplemente la expansión del binomio de .

(10)

(11)

Como obtenemos:

(12)

Sustituyendo en y sabiendo que en este caso obtenemos:

(13)

Ahora veremos el segundo momento , este se define como:

(14)

(15)

N y L son constantes, por lo que:

(16)

Utilizando la regla de la linealidad de la esperanza:

(17)

Sabemos que :

(18)

El cálculo de de la misma manera que antes:

(19)

Utilizamos la misma propiedad que hemos visto en (7):

(20)

Por lo que podemos reescribir utilizando (20) como:

Sustituyendo:

(21)

El segundo sumatorio ya lo hemos calculado en (9) y es , por lo que vamos al primer sumatorio.

(22)

Como sabemos que se simplifica todo y obtenemos que

(23)

Esta forma de calcularlo es muy tediosa, otra forma más simple es utilizar el cálculo de la varianza:

(24)

Se puede demostrar que la varianza de una distribución binomial es:

(25)

Por lo que obtenemos para

(26)

Ahora que ya tenemos calculado vamos a sustituirlo en

(27)

Lo que voy a hacer ahora tiene sentido más adelante en la asignatura. Voy a considerar que cada cierto instante Δt ocurre un step, por lo que se puede expresar de la forma:

(28)

Con esto la ecuación de queda de la forma:

(29)

Siendo el parámetro de difusión.